Anales PANEL'81/12 JAIIO
Sociedad Argentina de informática
e Investigación Operativa. Buenos Aires, 1981

TEORIA DE INTEGRACION REGIONAL Y OPTIMIZACION MEDIANTE EL USO DE COMPUTADORES

Alfredo Manuel Illescas Castillo

Corporación Financiera de Desarrollo
Universidad Nacional de Ingeniería
Perú

INTRODUCCION

El análisis sistemático de la economía lleva a desagregar la economía en sectores y en regiones. El tratamiento cual logra así fotografiar de manera más coherente. Por un lado el aspecto rural, que con la actividad agropecuaria sirve de apoyo a los demás sectores y que engloban una población de menor grado cultural y que al parecer tiende a dismunuir en una migración hacia las zonas urbanas.

la subregión urbana es necesario que sea trabajada en un modelo de insumo producto mas acorde a la forma de manejo economico moderno.

El objetivo de este enfoque es la localización de la inversión y determinación a sus rasgos como una herramienta efectiva de planeamiento hacia el desarrollo acorde no con el vertilismo dictatorial sino con la estructura del mercado.

Es así como recoge por un lado el estilo de modelación regional de la dinámica de sistemas con sus 2 grandes centros: Argentina, con la experimentación numérica y USA con la dinámica de sistemas. De otro lado el tratamiento matemático responde a la teoría del control recogiendo la estructura de modelación matemática de la clasificación sectorial.

RELACIONES DEL MODELO

1. SUB REGION RURAL

La renta rural es igual a la productividad de la tierra (variable manejable) por la cantidad de tierras (variable estructural, posible de manejar vía grandes proyectos).

$$Y_R = Q \cdot T \tag{1}$$

Y_R - Renta rural
Q - Productividad de la tierra
T - Cantidad disponible de tierras

La productividad de la tierra es un factor tecnológico de la forma:

$$Q = Q_o (1+\beta)^t \tag{2}$$

Q - Productividad de la tierra
β - Tasa multiplicador de la tecnología

La cantidad disponible de tierras es:

$$T = T_o + \Delta T \tag{3}$$

T - Tierras disponibles
T_o - Cantidad de tierras en un período inicial
ΔT - Incremento de tierras

(EQUILIBRIO DE RENTAS RURAL URBANA)

La renta total de la región es igual a las rentas urbanas y rurales así:

$$Y_D = Y_R + Y_U \tag{4}$$

Y_D - Renta total disponible
Y_R - Renta rural
Y_U - Renta urbana

(POBLACION RURAL)

La población tiene un crecimiento que se explica por un modelo mediante - una suposición del tipo exponencial:

$$P_R = P_{Ro} \left[exp\,(e't) \right] \tag{5}$$

(5)

P_R - Población rural
P_{R0} - Población rural inicial
e' - Elasticidad población rural

(EQUILIBRIO POBLACIONAL DE LA REGION)

La población total de la región la ajustamos mejor mediante una ecuación diferencial del tipo Verhul-Pearl

(6)

$$dP/dt = KP(C-P)$$

cuya solución es:

$$P_T = C \,/\, (1 + b \exp(-cKt))$$

P - Población de la región
b -
C - Máximo posible permitido por la región
K - entropía de la región

$$K = -\frac{\ln((c-N1)/(bN1))}{c} \quad (7)$$

$$P_U = P_T - P_R$$

(8)

(DEMANDA AGRARIA)

La demanda agraria percápita queda planteada como una relación exponencial de la renta percápita:

$$D_{pc} = A\,(Y_{pc})^{r}$$

(9)

D_{pc} - Demanda percápita
Y_{pc} - renta rural percápita

Si la demanda crece a una tasa y la población con una tasa e´ podemos poner la ecuación 9 en función de sus valores iniciales y hallar $\underline{u}$

na tasa propia de crecimiento para la demanda:

$$\frac{(1+\pi)^t D_{R^o}}{(1+e')^t P_{R_o}} = A\left[\frac{Y_{R_o}(1+\alpha)^t}{P_{R_o}(1+e')^t}\right]^{r} \tag{10}$$

como a través del tiempo los comportamientos son:

$D_{R^o} = Y_{R^o}$

....

$D_{R_t} = Y_{R_t}$ esto nos hace igualar y:

$$D_{R_t} = A' D_{R_o}\left[(1+\alpha)^{t\gamma}(1+\varepsilon)^{t(1-\gamma)}\right]$$

$$A' = A P_o^{1-\gamma} \tag{11}$$

(POBLACION ECONOMICAMENTE ACTIVA)

La población economicamente activa de la región es:

$$L_t = Lr_t - Lu_t \tag{12}$$

L_t - Población total de PEA de la región
Lr_t - Población rural de la región (PEA)
Lu_t - Población urbana de la región

La relación de la población total y el PEA es:

$$L_t = \lambda P_t \tag{13}$$

λ - Tasa de participación

La variable de manejo de relación ingresos agrícolas con ingresos urba_
nos es la siguiente :

$$\rho = \frac{Y_r/L_r}{Y_u/L_u} \tag{14}$$

El estudio de la población economicamente activa PEA en un período t está definida como el crecimiento natural del PEA menos la migración que se produce hacia las regiones urbanas:

$$L_{r_t} = (1+\mu)\, L_{r_0} - M_L \tag{15}$$

$$L_{v_t} = L_t - L_{r_t} \tag{15'}$$

La migración total es la migración PEA entre el factor de participa - ción:

$$M_T = M_{PEA} / \lambda \tag{16}$$

La migración del PEA corresponde a un factora de la diferencia de las rentas percápita entre las regiones sobre la distancia por un factor de proporcionalidad que recoge los incentivos de tipo cultural, espectati - vas, etc. (*)

$$M_{PEA} = \left[\frac{Y_{upc} - Y_{rpc}}{d} \right] C \tag{17}$$

(SECTOR URBANO)

La producción de la región urbana está dividida en sectores, y ella es obtenida de los activos fijos por medio de los coeficientes de productividad de los activos fijos:

$$x_i(t) = K_i(t)\, S_i(t) \tag{18}$$

$x_i(t)$ - producción total del sector i en el año t
$K_i(t)$ - tasa de producción total del activo fijo en el sector i para el período t
$S_i(t)$ - stock del activo fijo en el período t.

$$X_u(t) = \sum_{i=1}^{N} x_i \tag{19}$$

La producción total de los sectores es la suma de las producciones sectoriales.

Puesto que cada sector produce bienes de inversión a una cierta tasa de producción, esta tasa es usada para aumentar la inversión bruta en el año t. El Balance oferta-inversión es:

$$\sum_{i=1}^{N} \Omega_i x_i (t-\theta) = I^B(t) + BI(t) \qquad (20)$$

Ω_i - tasa de bienes producidos para inversión con el propósito de producción total.

$x_i(t-\theta)$ - producción sectorial producida en un tiempo de madiración θ

$BI(t)$ - comercio externo o balance de bienes de inversión en el período t.

$I^B(t)$ - inversión bruta en el período t.

La inversión total en el nivel de la economía nacional puede ser formado como la suma de las inversiones de los factores. Consideramos dos factores separables:

$$I^B(t) = \sum_{i=1}^{N} \left(I^D(t) - I^N(t) \right) \qquad (21)$$

$I^D(t)$ - Inversión de sustitución depreciación de activos fijos en el período t.

$I^N(t)$ - Inversión neta en el período t.

Por las especificaciones anteriores la inversión fija depreciada puede ser ligado al activo fijo en el último año.

$$I^D(t) = \delta_i \, s_i (t-1) \qquad (22)$$

δ_i - tasa de depreciación del sector i

$s_i(t-1)$ - activo fijo en el período anterior

La inversión neta en cada año es igual al aumento en los activos fijos en t-l al año t.

$$I_i^N(t) = \Delta s_i(t) = s_i(t) - s_i(t-1) \qquad (23)$$

BALANCE DE BIENES INTERMEDIOS

El trabajo con los bienes intermedios tiene como instrumento la PEA a través de la productividad de la fuerza de trabajo, cantidad del pea y el cambio intersectorial:

$$\sum_{i=1}^{N} \eta_i \; S_i \; (t) \; k_i \; (t) = \sum m_i \, k_i \, (t) + S_i \, (t) + B_2 \quad (24)$$

η_i - tasa de producción de productos intermedios.
m_i - tasa de insumos de productos intermedios para la producción del sector i.
B_2 - Balanza comercial externa de productos intermedios

El ingreso urbano se define como la suma de todas la s relaciones que sujetan la producción industrial:

$$Y_u = SSE + PTG + DIV - IMP \qquad (25)$$

Y_u - Ingreso urbano de la región en el período t.
SSE - Sueldos y salarios de particulares.
SSG - Sueldos y salarios del gobierno.
DIV - Dividendos
IMP - Impuestos

$$IMP = (INIMP)(SSE + SSG + DIV) \quad (26)$$

INIMP - Indice del impuesto personal.

Para la función de demanda suponemos un comportamiento tal como se expresa en el gráfico No.4 en el que los ejes son: la absisa es la densidad de los demandantes que está dado por el número de bienes requeridos en el período anterior/el número de familias de la región. El eje Y es el coeficiente de la demanda urbana y rural.

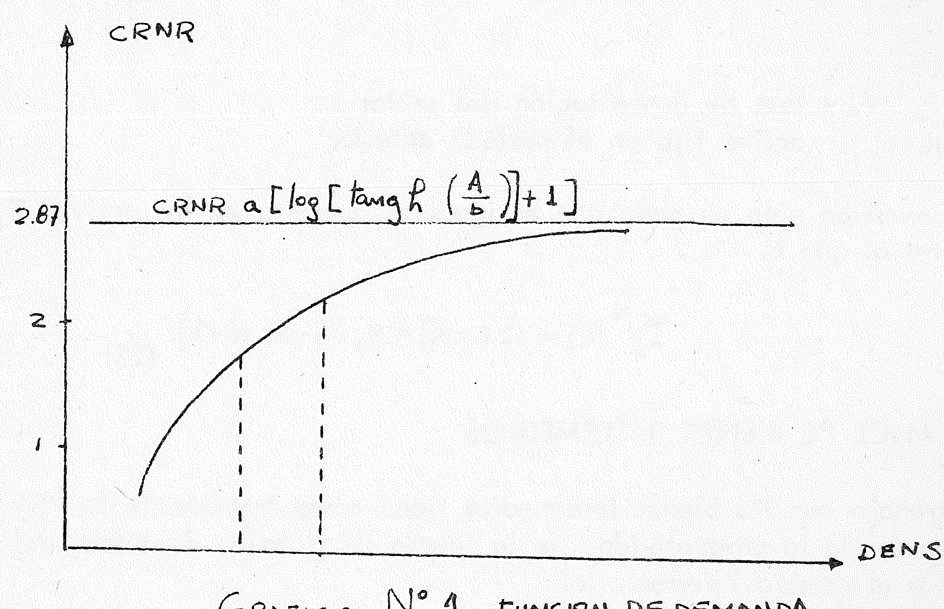

GRAFICO N° 1 FUNCION DE DEMANDA

$$UDTVB_i = MAX\left[a\left[\log_{10}\left[\operatorname{tangh}\left(\frac{\alpha Y_u + b' Pm_t + \gamma'(PB_i + CRED_i)}{b}\right)\right] + 1\right], QDP\right] \quad (27)$$

Y_u - Demanda en términos de valor para los bienes tipo i en el perído t urbana.

P_m - Renta urbana

P_m - Precio medio en el sector

PB - Préstamo bancarias

$CRED$ - créditos a las familias

QDP - Quantum de demanda potencial

El precio medio lo vamos a suponer con una distribución normas del tipo :

$$Pm_t = \left(1/\sqrt{2\pi}\,\sigma\right) \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(P_{t-1}\right)^2\right] + P_{t-1} \quad (28)$$

VARIABLE DE CONTROL

La distribución de las inversiones determina la tasa de crecimiento de los sectores. El uso de ésta variable hace posible el control del desarrollo y de la economía.

$$\mu_i = \Delta S_i(t) / \Sigma \Delta S_i(t)$$

$$\mu \in U \qquad U = \{ u_i / \Sigma u_i = 1 ; u_i \geq 0 \} \quad (29)$$

ANALISIS POR NIVELES

Vista las relaciones de producción, comportamiento poblacional y mecanismos de desarrollo podemos definir la función objetivo en un nivel superior, que será el consumo a nivel nacional integrando las relaciones regionales. El consumo estará definido como la sumatoria en las regiones de los sectores de producción. Por ello contemplará una tasa de consumo de bienes del total de la producción en la región i por la producción sectorial definida en la ecuación número 18 mas la balanza comercial externa entre regiones y el extranjero de los bienes de consumo dado un horizonte de tiempo

$$\max C = \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{i=1}^{M} \gamma K_i(t) S_i(t) + B_3 \right) \quad (30)$$

C - Consumo de bienes finales

γ_i - tasa de consumo de bienes del total de la producción de la región i en el período t.

$B3$ - balanza comercial externa (entre regiones y el extranjero de bienes de consumo finales e intermedios para la producción

T - horizonte de tiempo

SOLUCION POR NIVELES.

Vayamos ahora a la solución del modelo de control usando un sistema multinivel con la propiedad de distribución probabilística. La figura No.7 nos dá la estructura jerárquica de lo observado.

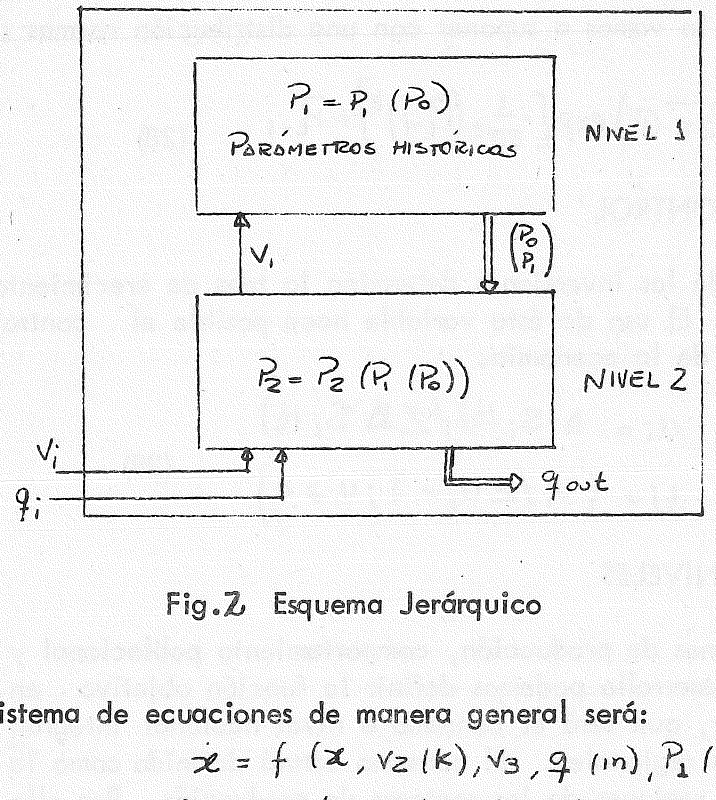

Fig.2 Esquema Jerárquico

El sistema de ecuaciones de manera general será:

$$x = f\,(x, v_2(k), v_3, q\,(in), P_1(k), P_2, \alpha)$$

$$q_{out} = q\,(x, q\,(in), P_1\,(K), P_2, \alpha)$$

$$Y = q\,(x, q\,(in), P1\,(K), P_2, \alpha)$$

En el primer nivel las variables de control están sujetas o gobernadas por los parámetros de estado independientes que son el comportamiento histórico como entrada al modelo, esto es los P1 dependen directamente de los recursos Po.

$$P1\,(K) = P1\,(P_0\,(K))$$

El segundo nivel consiste en un sistema gobernado por los valores del nivel anterior:

$$P2(k) = P2(c, P1(k))$$

El tercer nivel (gubernamental) tiene el control de la estructura en su conjunto:

$$P_3(k) = P_3(c_1, P_2, P_1)$$

Y el sistema completo puede ser reescrito:

$$\dot{x}_3 = f_3(x_3(t), r(x_2(t)), u(t), t)$$
$$\dot{x}_2 = f_2(x_2(t), v(t), t)$$
$$\dot{x}_1 = f_1(x_1(t) \in X_0), u(t) \in U)$$

OPTIMIZACION

Estamos en un sistema de control de flujo con leyes de control realimentario como problema no lineal

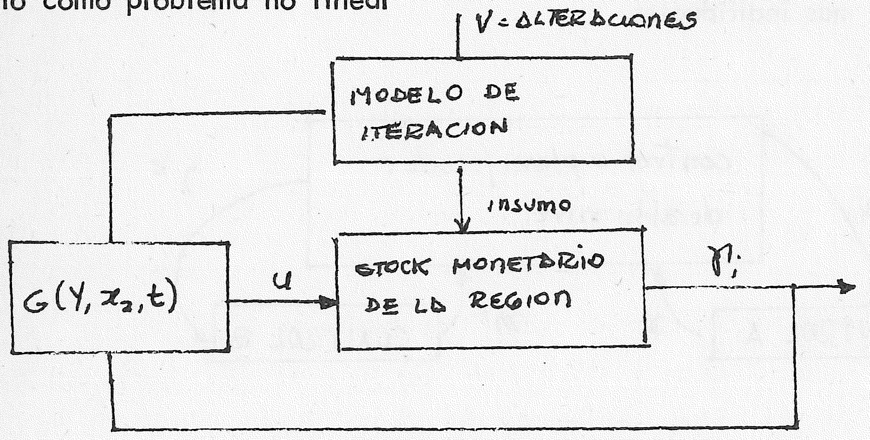

Fig. No. 3 Control Regional

Si B_{ki} es una matriz de interacción, de recursos por los M grupos:
La representación matemática será:

$$\text{Max} \quad f_i(X_i, U_i, m_i, X_i)$$

sujeta a

$$\left.\begin{array}{l} g_i(X_i, U_i, m_i, x_i\ \alpha_i) \leq 0 \\ r_i = H_i(X_i, U_i, m_i, X_i) \\ X_i = \sum_{J=1}^{N} c_{ij}\, r_j \end{array}\right\} \begin{array}{l} j = 1, \ldots, N \\ \text{RECURSOS} \end{array}$$

$$
\text{Max} \sum_{p=1}^{M} \rho^{k} (x^{k}, U^{k}, m^{k}, \alpha^{g})
$$

$$
\text{s.a.} \quad g_{k} (x^{k}, U^{k}, m^{k}, \alpha^{k}) \leq 0
$$

$$
\gamma^{k} = H^{k} (x^{k}, V^{k}, m^{i}, \alpha^{k})
$$

$$
x^{k} = \sum_{j=1}^{M} c^{kj} \gamma^{k}
$$

donde:

α - vector de parámetros relevantes de los subsistemas

m_i - es un vector de variable manipulables, es decir variables de decisión

C_{ij} - son matrices de interacción entre los subsistemas

γ^j - vector de salidas de los subsistemas.

U - vector de entradas o insumos (no manipulables) a los subsistemas

f_i, ρ^k - representaciones de criterios de eficiencia o de comportamiento

g - restricciones de operación de los subsistemas.

h - son funciones de transferencia entreda-salida para los subsistemas indifiduales

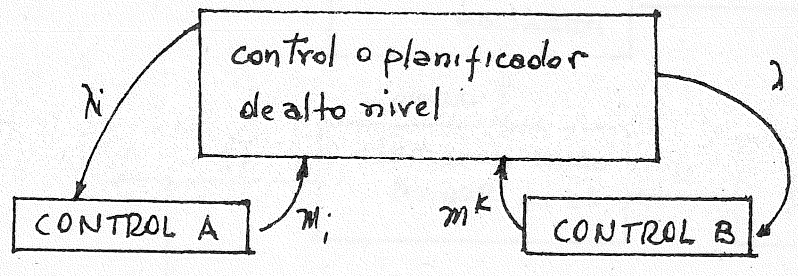

Fig. 4 Optimización
Estrategia General

CONCLUSIONES

1.- Los resultados obtenidos en una computadora IBM 360/406 fueron ajustados para datos de soles 1964 mostrando un buen ajuste con una media del e - rror del 7%, probándose diversas políticas de desarrollo para la economía peruana. Un resúmen breve de los resultados nos arroja para:

a. Demanda-una baja elasticidad de ingreso para los productos rurales - que tiende a hacer disminuir la producción al aumentar el ingreso per cápita urbano. La recomendación es un incremento en la inversión - óptima de 200% para el sector rural.

b. Oferta.- La oferta del sector urbano puede expandirse al reactivar el mercado, descentralizando la economía por medio de un eficiente y - racional sistema de infraestructura en el transporte.

2.- La comparación entre políticas "puras" : Neokeynesianas y Neoclásicas - dá un 20% de ventaja en monto de crecimiento para las políticas neoclá sicas indicándonos que la estructura del mercado es más adaptable a esta política; pero una buena combinación de ambas acelera el proceso de - crecimiento para las clases más pobres en un periodo de 10 años, pues - dado que los programas rurales puros dan 79.4% y los programas urbanos puros dan 34.6%, una combinación entre ambas que sea orgánica y de - saneamiento dió un 67.7% que nos parece una política óptima entre las posibilidades disponibles.

BIBLIOGRAFIA

1. Jan Tinbergen. Ensayos de Teoría Económica. Colección Ciencias Sociales N°42. Editorial Tecnos S.A. Madrid 1965.

2. Alan Hourie, Michael P. Polis y Pierre Yanseuni. On the optimal control on an infinite planning of consumption, pollution, population and natural resource. 5 th Conference on optimization techinique s. Springer Verlang. 1973.

3. Ramon Tamames. La polémica sobre los límites del crecimiento. Alianza Editorial. Madrid 1974.

4. Jay W. Forrester. World Dinamics. Wright-Allen Press Cambridge-Massa - chussets. 1971.

5. Robert Pindic. Optimal Planning for economic stabilization. The aplica - tion control theory to stabilization policy. North Holland American Else- vier. Amsterdam 1975. Segunda Edición.

6. Bernardo Nicoletti y Luigi Moriani. Problems of optimal economic invest ment with finite lifetime capital. 5th. Conference on optimization tech- niques. Springer Verlang 1973.

7. Jan Tinbergen y C. Boss . Modelos matemáticos de crecimiento económi co. Editorial Aguilar . Madrid 1960.

8. ILPES -ILDES . Planificación regional y urbano para América Latina. Si- glo XXI. Editores y editorial universitaria S.A. Santiago de Chile.

9. I. Liguetti. An optimal growth for the Hung arian National Economy . 5th. Conference on Optimation Techniques. Springer Verlang 1973.

10. Lê - Chaû . Investigación básica socioeconómica. Una metodología didác tica. Editorial Horizonte. Lima, 1976.

11. A. Illescas C, Sistemas de Modelación y Control Optimo de la Economía Peruana. Tesis de Grado. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima-Perú 1979.

12. Oscar Varsavsky . Modelos matemáticos para América Latina. Editorial Universitaria. Santiago de Chile. 1971.